

Dynamiske undersøgelser af superlederbanen -et projekt i Legestuen

William H. P. Nielsen

5. april 2010

1 Kort om superledning

Der findes stadig ingen tilfredsstillende teori for superledning. Udover at gøre superledere så meget desto mere interessante at undersøge, betyder dette at den følgende teori ikke skal tages som det endelige ord i sagen. Der lader til at være noget meget fundamentalt omkring superledning, vi endnu ikke har forstået. Dog er der enighed om et par ting.

1.1 Faseovergange og to slags superledere

Stoffer optræder i naturen (eller i laboratoriet, når vi gør forholdene ekstreme nok!) i flere udgaver, ofte benævnt *faser*. Ligesom vand eksempelvis findes i tre udgaver, is, væske eller damp, der hver især har ganske forskellige egenskaber, udviser langt de fleste andre stoffer også denne adfærd, at de under de rette betingelser skifter fase. Superledning blev oprindeligt opdaget netop som en eksotisk fase visse (meget rene) metaller ved tilstrækkeligt lave temperaturer (temperaturer under den såkaldte *kritiske temperatur*) skifter til. I modsætning til faseskift fra eksempelvis væske- til dampform, er superledningen ikke umiddelbart til at se udefra; det er stoffets indre struktur der ændrer sig. Kort fortalt kan et metal, når det er superledende, lede strøm fuldstændigt uden modstand. Almindeligvis forestiller man sig at elektronerne i en elektrisk strøm der løber i et metal fra tid til anden kolliderer med metallets atomer, og dermed 'bliver bremsede', hvilket manifesterer sig som elektrisk modstand. I et superledende metal sker dette *aldrig*. På magisk (læs: avanceret kvantemekanisk, Nobelpris i 1972) vis kan elektronerne suse fuldstændigt frit igennem metallet, og de bliver aldrig trætte, mister aldrig energi. Sådant superledning i metaller kaldes type 1-superledning, den forstår man, og teorien er sågar ret smuk. Det eneste kedelige er at den kun finder sted ved meget lave temperaturer, altid under 10 K, og derfor er dyr og besværlig at opnå i praksis. Dette er ikke tilfældet for type 2-superledning, som kan finde sted ved temperaturer helt op til 164 K. Desværre aner ingen hvad der foregår, da type 2-superledere aldrig er metaller, men derimod obskure kemiske blandinger man, ligesom med keramik, har brændt ved meget høje temperaturer. Legestuens superleder¹ er netop en type 2-superleder, og den bliver superledende ved ca. 95 K. Dette er rigeligt varmt til at man kan køle den med flydende kvælstof, da kvælstof koger ved ca. 77 K.

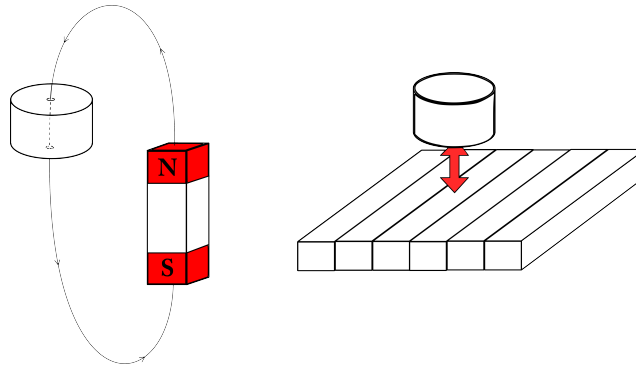
Spørgsmål 1: hvordan gør kvælstofs kogepunkt på 77 K det muligt at, i et laboratorium ved normalt tryk og stuetemperatur, få nedkølet superlederen til under

¹En såkaldt YBCO-superleder, bestående af yttrium, barium, kobber og ilt. Den kemiske formel er $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$. Guderne må vide hvorfor netop denne blanding er superledende. Det er så godt gættet at det udløste Nobelprisen i 1987.

sin kritiske temperatur? (Hint: hvorfor bliver kartoflerne aldrig over 100°C varme, selvom man skruer helt op for gassen mens vandet koger?)

2 En superlederbane

Det faktum at superledere leder strøm uden modstand medfører faktisk at de vil frastøde et udefrakommende magnetisk felt. Grunden hertil er - omend en direkte konsekvens af Maxwells ligninger - måske lidt vel indviklet for et B-niveau-projekt, men kort sagt kan man sige at en superleder, hvis man bringer den i nærheden af et magnetfelt, øjeblikkeligt vil inducere sit eget magnetfelt, der, fordi superlederen leder strøm uden modstand, *nøjagtigt* ophæver det påtrykte magnetfelt. Dette er ihvertfald sandt for type 1-superledere. For type 2-superledere er det hele lidt mere eksotisk. De udviser, udover den førnævnte modvilje mod magnetfelter, også en egenskab kaldet *fluxpinning*. Dybest set går dette ud på at de kan huske det magnetfelt de var udsat for idet de blev superledende, og at feltlinjerne fra dette felt er 'frosset fast' i dem. De er så at sige nulstillet til dette felt.



Figur 1: Fluxpinning. Superlederen har 'bidt sig fast' i magnetfeltet. Derfor kan den svæve.

Fluxpinning er det bærende princip i Legestuens superlederbane. Idéen er at bygge en hel skinne/bane af identiske magneter. Ved at holde superlederen, når denne er varm og altså ikke superledende, i en bestemt afstand fra magnetbanen (indikeret med en rød pil på figur 1) og i denne afstand køle superlederen ned til under den kritiske temperatur, opnår vi at superlederen fluxpinner sig fast og dermed kan svæve over banen, i netop den valgte afstand. Effekten er stærk nok til at man kan vende systemet på hovedet, og altså have superlederen til at svæve under banen.

3 Undersøgelser

Der er et væld af ting man kan undersøge ved en fungerende superlederbane. I Legestuen er vi ret interesserede i følgende punkter.

3.1 Energitabet

Intet varer evigt, således heller ikke superlederens elegante flyvetur over magnetbanen. Når man, til tiden $t_0 = 0$, sætter superlederen i bevægelse, vil den have en kinetisk energi, T_0 , givet ved

$$T_0 = \frac{1}{2}mv_0^2, \quad (1)$$

hvor m er massen af superlederen, og v_0 er hastigheden af superlederen til tiden t_0 . Som tiden går, vil superlederen gradvist tabe energi, og til sidst vil den gå i stå og blot hænge og svæve over magnetbanen. Betragter vi den kinetiske energi som funktion af tiden,

$$T(t) = \frac{1}{2}mv^2(t),$$

vil denne altså have sit maksimum i $t = 0$, og derefter aftage, idet systemet taber energi til omgivelserne.

En af pointerne med en superlederbane er at dette energitab, i forhold til konventionelle baner (tog på skinner, biler på asfalt), er meget småt. Det ville være spændende løbende at måle superlederens hastighed, og således få en graf der viser T som funktion af tiden. Vi vil som udgangspunkt antage at energien går tabt som følge af gnidning, sandsynligvis i form af luftmodstand.

Teoretisk kan man forsøge at forudsige et matematisk udtryk for luftmodstanden. Hvis den eksempelvis er proportionel med hastigheden, vil Newtons anden lov for superlederen tage formen

$$F = ma(t) = -\alpha v(t), \quad (2)$$

hvor $a(t)$ er accelerationen på superlederen, og α er en proportionalitetskonstant². Ligning (2) er en differentiaalligning for hastigheden (idet accelerationen er den tidsligt afledede af hastigheden). Den løser vi nemt:

$$\frac{dv}{dt}(t) = -\frac{\alpha}{m}v(t) \Rightarrow v(t) = Ae^{-\frac{\alpha}{m}t}, \quad (3)$$

hvor A er en konstant. Vi ser altså at en luftmodstand der er proportional med hastigheden medfører en eksponentielt aftagende hastighed.

Spørgsmål 2: Hvad er sammenhængen mellem A og v_0 ?

Spørgsmål 3: Udled under antagelse af at ligning (2) og dermed ligning (3) holder et udtryk for $T(t)$, altså den kinetiske energi som funktion af tiden.

Det er naturligvis meget muligt at luftmodstanden antager en anden form. Det er spændende at forsøge at finde på en teori der passer sammen med de måledata man finder. Derudover kunne det være skægt at foretage idetiske målinger for en luftpudebane, og således se hvilken bane der er 'bedst'.

3.2 Hvad der sker i endepunkterne, impulsbevarelse?

En af de grundlæggende love i fysikken er loven om impulsbevarelse. Enhver der har affyret en revolver eller fået en fodbold i hovedet, har en udemærket idé om rigtigheden af denne lov. Men på vores superlederbane skifter superlederen 180-graders retning hver gang den når enden af banen. Hvordan hænger det sammen med impulsbevarelse?

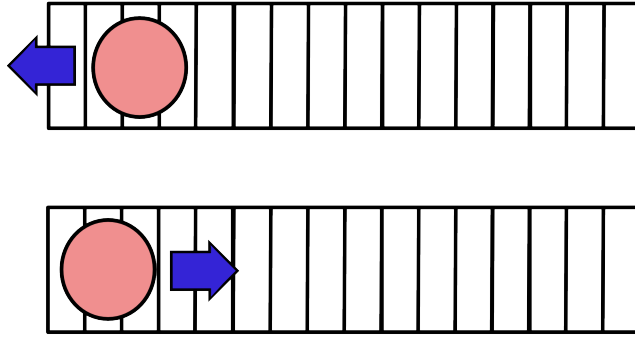
Hvis vi lægger x -aksen således at superlederen på figur 2 har hastigheden $-v_1$ lige før den rammer kanten, og hastigheden v_2 lige efter den har ramt kanten, ser vi at der er en impulsændring på

$$\Delta p = p_2 - p_1 = mv_2 - m(-v_1) = m(v_2 + v_1). \quad (4)$$

Impulsændringen er ikke nul, og impulsen er altså ikke bevaret!

Spørgsmål 4: Der skal være impulsbevarelse. Hvor er den manglende impuls blevet af?

²Man bør nok afholde sig fra at forudsige værdien af α og nøjes med at måle den, men generelt vil den afhænge af bl.a. superlederens form.



Figur 2: Superlederen 'reflekteres' når den når banens ende. Tiden skrider frem nedad.

Som en lidt mere kvalitativ undersøgelse, kunne det være spændende at placere superlederbanen på et gnidningløst underlag (eksempelvis en luftpudebane), og observere om der sker det forventede, nemlig at banen begynder at danse frem og tilbage i modsat retning af superlederen. For at der skal være impulsbevarelse, skal banen netop modtage en impulsændring på $-\Delta p$. Hvis vi kalder banens masse for M , vil det altså sige at den, efter superlederens refleksion, vil bevæge sig med hastigheden

$$v_{bane} = \frac{-\Delta p}{M} = \frac{m(v_2 + v_1)}{M}. \quad (5)$$

Dette kan vi måle, og dermed undersøge impulsbevarelsen i endepunkterne.